

9. Dyfrakcja światła laserowego na tkaninach i siatce dyfrakcyjnej oraz promieni X na kryształach. Obliczenia dyfrakcyjne.

Opracowanie: dr hab inż. Jarosław Chojnacki
Politechnika Gdańska, Gdańsk 2016

Materiały: lasery półprzewodnikowe, zestaw materiałów dyfrakcyjnych (materiał z firanki, siatki dyfrakcyjne na folii), zdjęcia rentgenowskie dyfrakcji na monokryształach, taśma miernicza, linijka, kalkulator

Równanie Braggów ma podstawowe znaczenie w opisie dyfrakcji promieni rentgena na kryształach. Równanie to wiąże (wyprowadzenie podano na wykładzie) **kąt odbłyску** θ z odległością d między powodującymi go płaszczyznami.

$$2d \sin \theta = n\lambda$$

Równanie to dotyczy dyfrakcji fali o długości λ i opisuje dyfrakcję n -tego rzędu (n – liczba całkowita). Ponieważ kąt padania równa się kątowi odbicia, to kąt odchylenia refleksu od wiązki pierwotnej (tzw. **kąt ugięcia**) wynosi 2θ . W przypadku prostopadłego ustawienia wiązki do siatki dyfrakcyjnej należy jednak wykorzystać równanie Lauego $d(\cos \alpha_1 - \cos \alpha_0) = n\lambda$, które dla $\alpha_0 = 90^\circ$ przyjmuje postać

$$d \cos \alpha_1 = n\lambda$$

$$d \sin 2\theta = n\lambda$$

Tutaj α_1 jest kątem pomiędzy płaszczyzną tkaniny a promieniem ugiętym, więc kąt ugięcia jest dopełnieniem do kąta prostego ($\cos \alpha_1 = \cos(90^\circ - 2\theta) = \sin 2\theta \cong 2 \sin \theta$).

Równanie Lauego będziemy stosować w interpretacji doświadczeń związanych z dyfrakcją światła lasera na tkaninie oraz siatce dyfrakcyjnej optycznej a następnie do „ręcznych” obliczeń odległości między płaszczyznami w kryształach na podstawie danego zdjęcia rentgenowskiego dyfrakcji na monokryształach.

Schemat obliczeń: poprzez podzielenie odległości między najbliższymi refleksami dyfrakcyjnymi (Y) przez odległość ekranu od lasera (X) otrzymujemy tangens kąta ugięcia 2θ , potem obliczamy $\arctan(Y/X)$, otrzymując wartość kąta 2θ . Dalej, korzystając z równania Lauego (lub Braggów), wyznaczamy d lub λ w zależności od posiadanych danych.

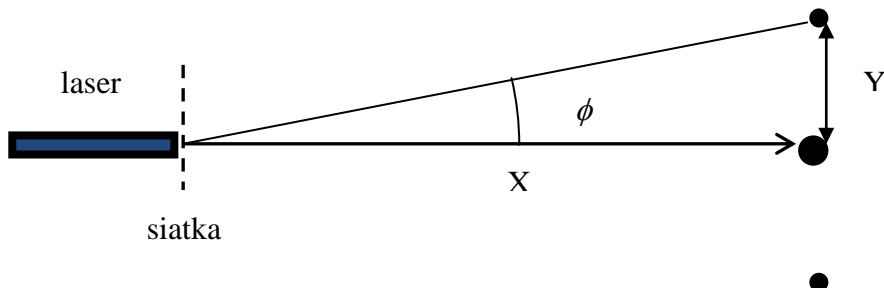
Wykonanie.

1. Pod mikroskopem optycznym umieścić badany kawałek tkaniny oraz linijkę z podziałką milimetrową. Policzyc ilość nitok przypadającą np. na 5 mm i ustalić odległość średnią pomiędzy poszczególnymi nitkami w tkaninie (d).
2. Z odległości co najmniej 4 metrów od ściany (X) rzucić na nią światło lasera przepuszczone przez tkaninę. Linijką na ścianie zmierzyc odległość y pomiędzy punktami dyfrakcyjnymi (w poziomie lub pionie). Najlepiej mierzyc odległość nie między sąsiadującymi lecz między odległymi refleksami i podzielić odległość przez ich liczbę. Na podstawie znajomości odległości Y , X i λ obliczyc kąt θ oraz odległość między nitkami d . Porównać ją z wielkością oczekiwaną na podstawie pomiarów mikroskopowych. Według danych producenta laserów wskaźnikowych długość fali wynosi: czerwony 635nm, zielony 532nm i niebieski 405 nm.
3. Z odległości około 30 cm dokonać pomiaru kąta odbłyску światła na powierzonej siatce dyfrakcyjnej wyciętej na folii. Obliczyc kąt ugięcia 2θ oraz odległość d między poszczególnymi nacięciami na folii.
4. Dokonać interpretacji zdjęć dyfrakcyjnych zawartych w ramkach 1-4. Zastosujemy podobny sposób jak dla doświadczeń z laserami, z tym że użyjemy równania Braggów (sieć 3D). Musimy najpierw znaleźć teoretyczną odległość kryształu od detektora X . Wartość X jest stała dla całej serii pomiarów i uwzględnia przeskalowanie wymiarów rysunku w stosunku do obrazu rzeczywistego na detektorze. Znając promień okręgu Y dla danego kąta 2θ (np. równych 40 i 50°) możemy obliczyc odległość X według wzoru $X = Y/\text{tg}(2\theta)$. Dokładniej jest gdy zamiast promienia zmierzyc średnicę i podzielić na dwa. Do dalszych obliczeń proszę wziąć wartość średnią X . Zmierzyc odległość Y (od środka do plamki) dla kilku wybranych refleksów i obliczyc odpowiadające im kąt 2θ i odległość międzypłaszczyznową z równania Braggów.

5. Uzupelnic Tabelę 2. Proszę założyć, że w temperaturze 120K stała $a = 5,607 \text{ \AA}$. Skorzystać ze wzoru na odległości między płaszczyznami w układzie regularnym:

$$\frac{1}{d^2} = \frac{h^2 + k^2 + l^2}{a^2}, \text{ czyli } d = \sqrt{\frac{a^2}{h^2 + k^2 + l^2}}$$

Porównać odległości międzypłaszczyznowe w NaCl z Tabeli 2 z wartościami wyliczonymi w punkcie 4. Przypisać indeksy poszczególnym refleksom.



Wzór Lauego: $n\lambda = d \sin 2\theta$, lub $n\lambda = d \sin \phi$, kąt ugięcia $\phi = 2\theta$

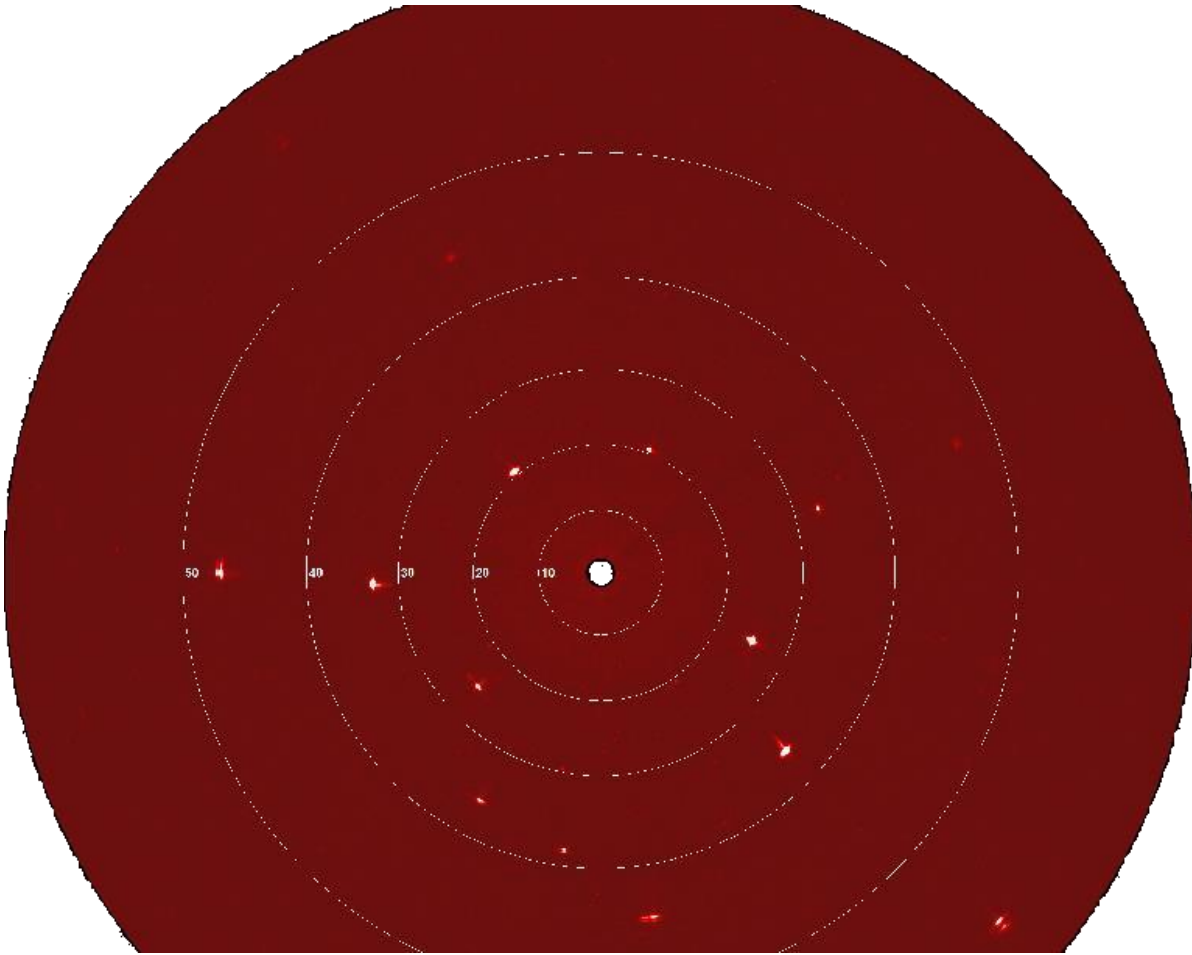
Tabela 1. Dyfrakcja światła widzialnego (laserowego) na siatkach. Wyznaczanie odległości między nacięciami lub nitkami siatki.

Material	λ [nm]	X[cm]	Y[cm]	$\text{tg } \phi$	ϕ [radiany]	$\sin(\phi) = \sin(2\theta)$	$d = \lambda / \sin(2\theta)$ [nm]	d[mm]
tkanina	660							
	532							
	405							
siatka	660							
	532							
	405							

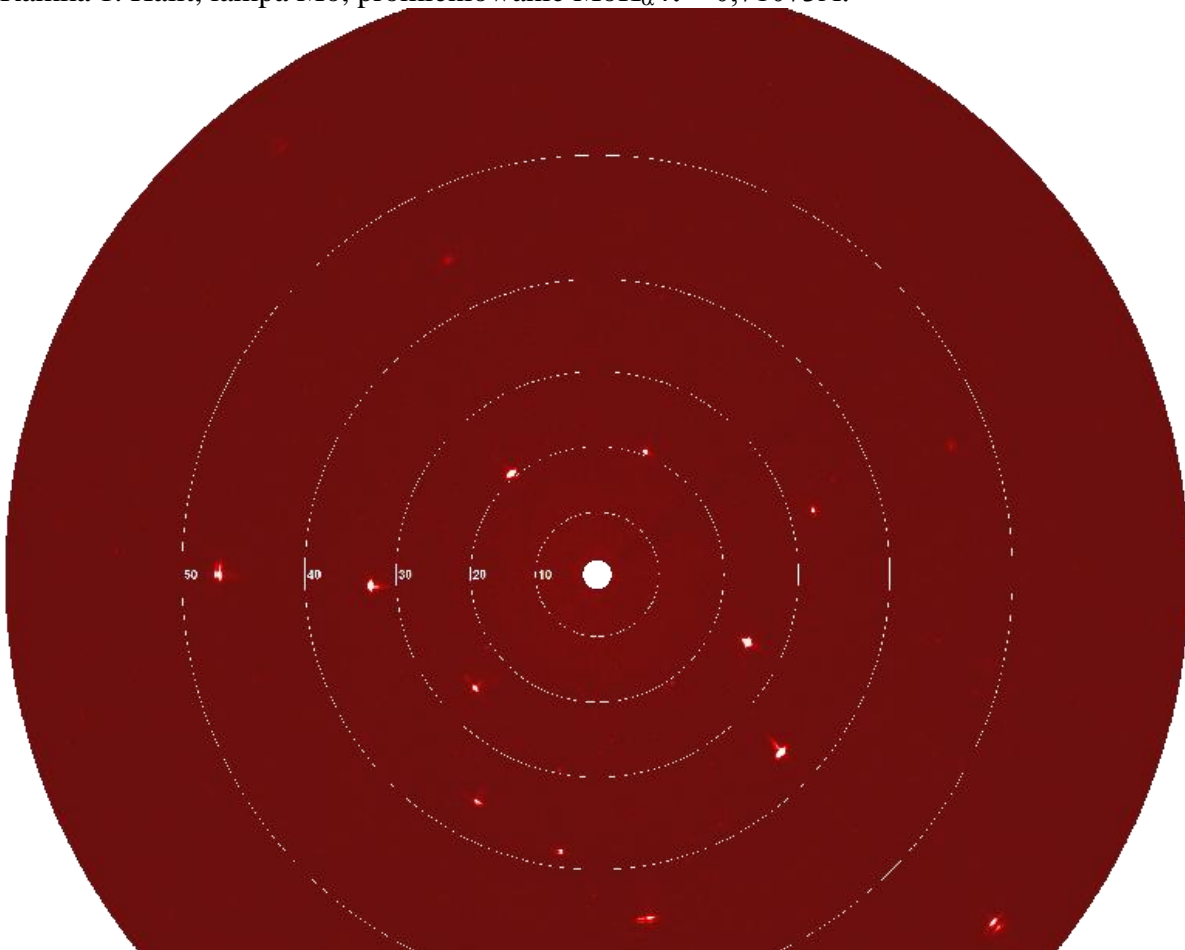
Gęstość siatki wyznaczona optycznie pod mikroskopem: N nitek na 5 mm. Odległość $d = 5/N$ [mm]

Tabela 2. Obliczanie odległości międzypłaszczyznowych i kąta $2\theta = 2\arcsin\{\lambda/(2d)\}$ dla NaCl.

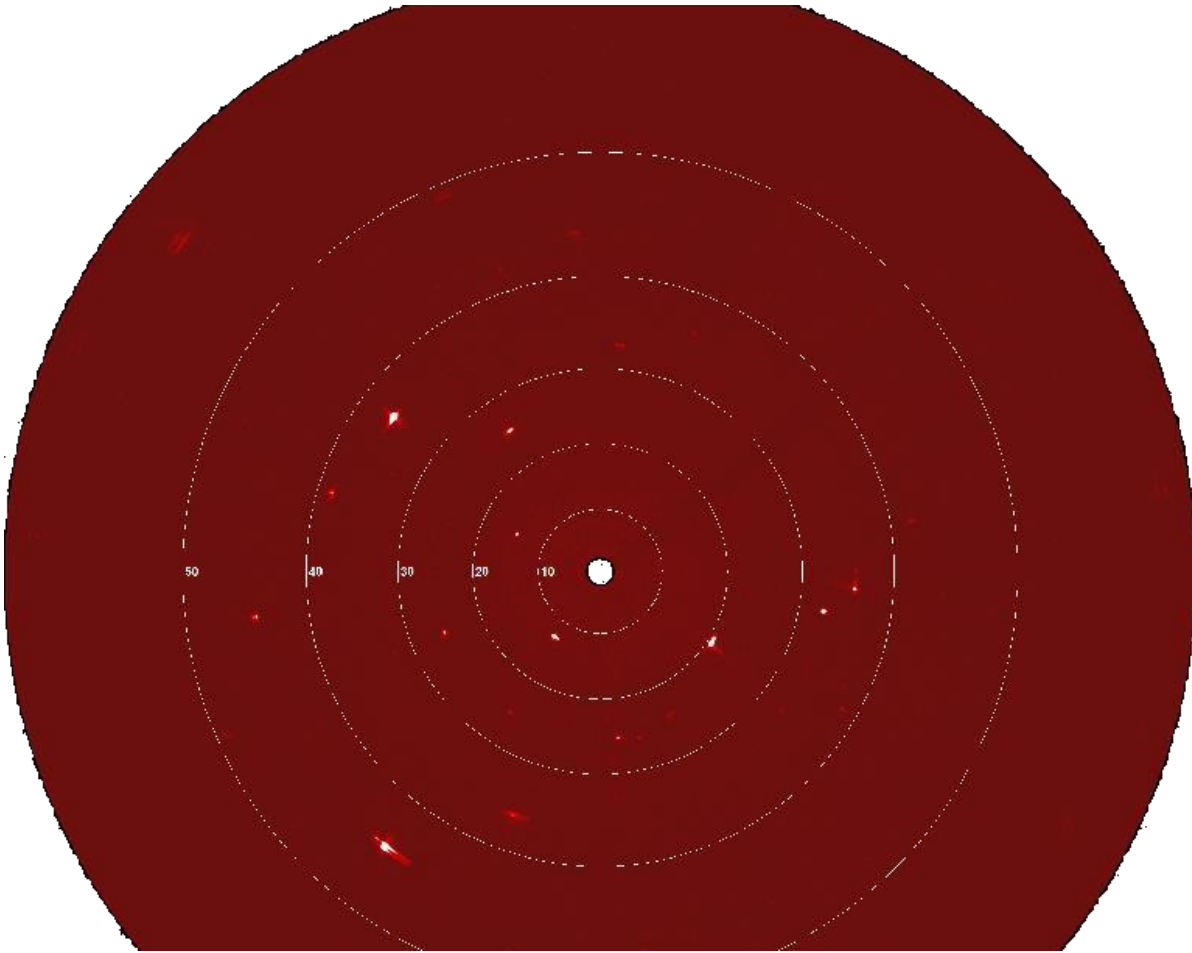
h	k	l	d [Å]	$2\theta = 2\arcsin\{0,355365/d\}$
0	0	2		
0	0	4		
0	0	6		
0	2	2		
0	2	4		
2	2	4		
1	1	1		
1	1	3		
1	1	5		
1	3	5		



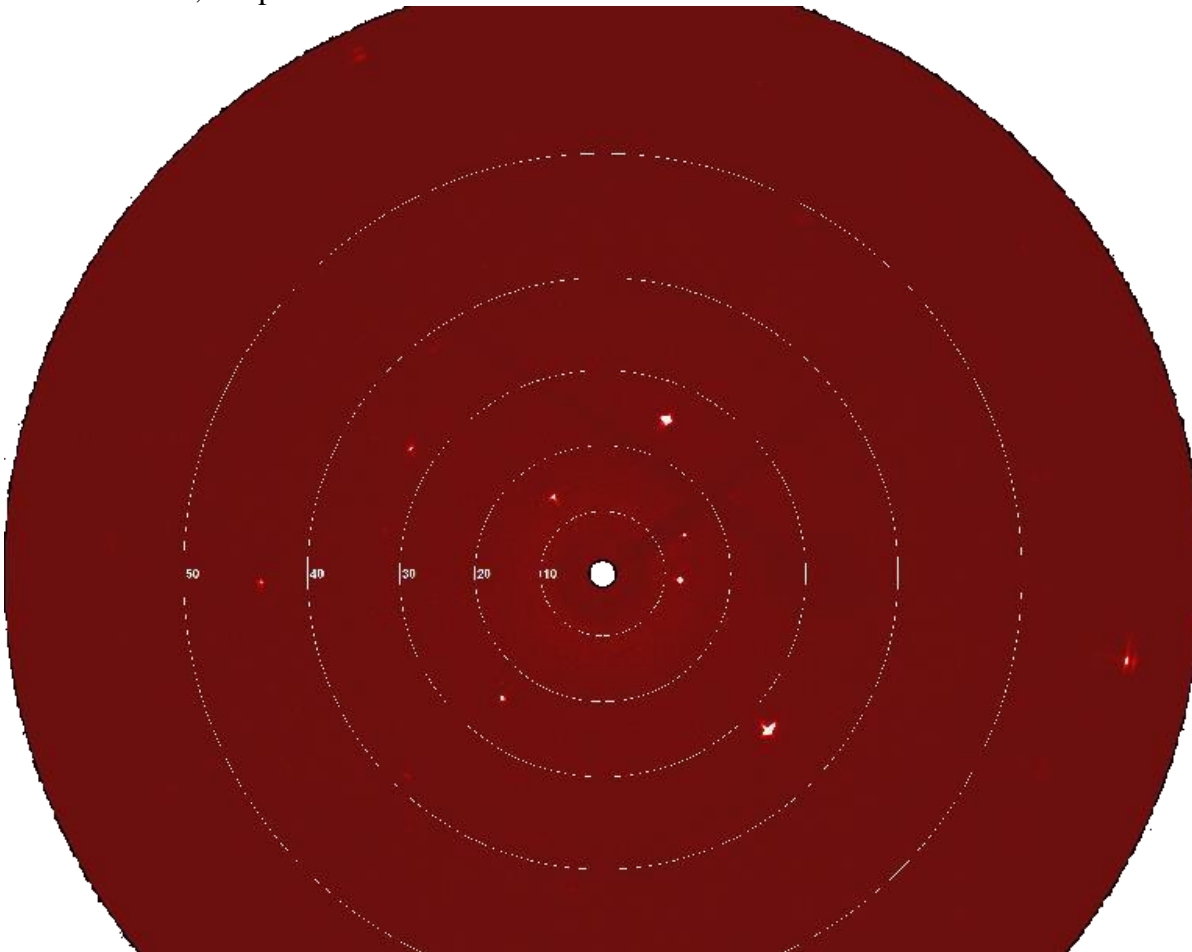
Ramka 1. Halit, lampa Mo, promieniowanie MoK_α $\lambda = 0,71073\text{\AA}$.



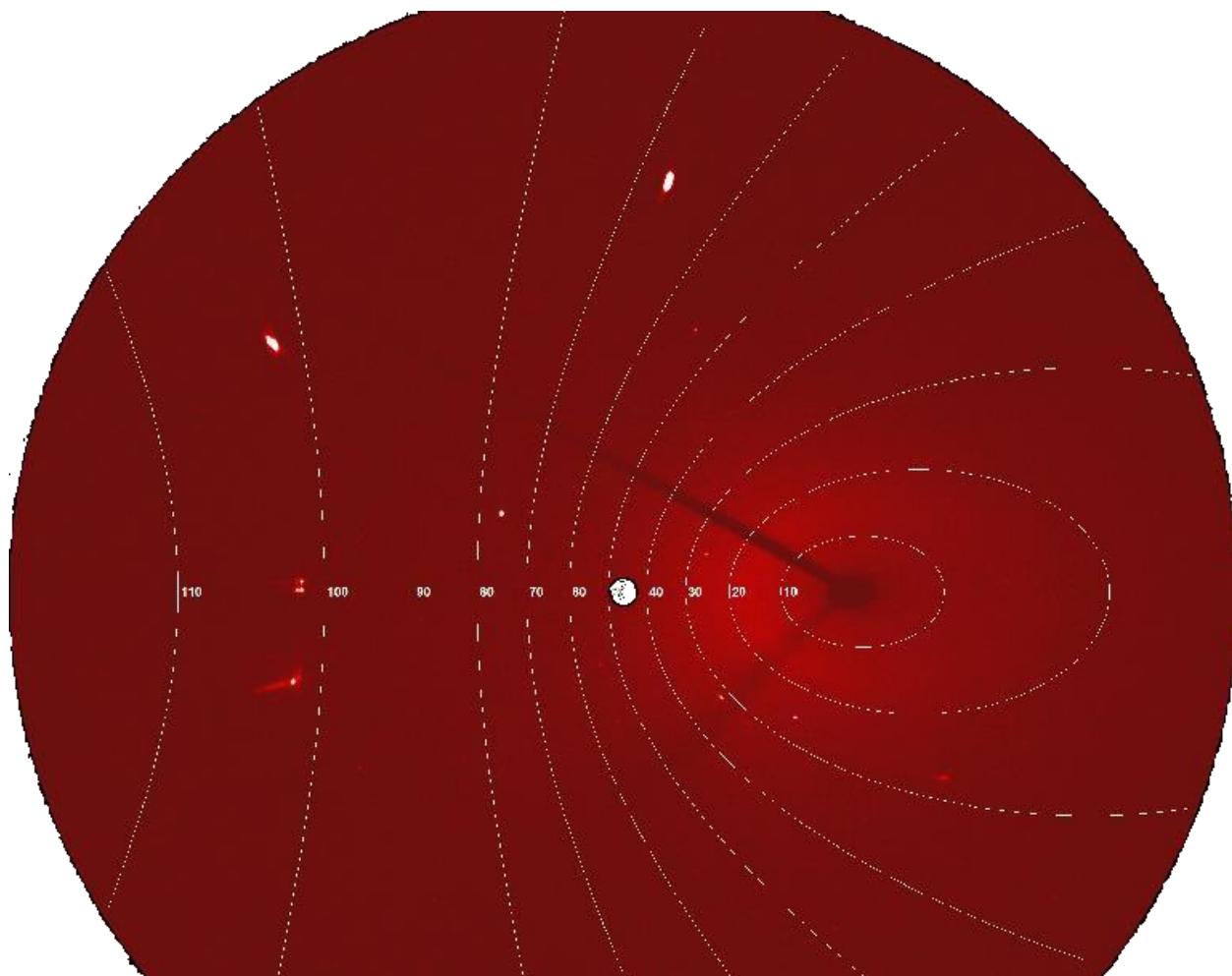
Ramka 2. Halit, lampa Mo.



Ramka 3. Halit, lampa Mo.



Ramka 4. Halit, lampa Mo.



Ramka 6. Halit, lampa Cu. Detektor ustawiony pod kątem 30 stopni do wiązki. *Uwaga: jeśli detektor nie jest ustawiony prostopadle do wiązki, to powstają elipsy i hiperbole zamiast okręgów, co utrudnia opracowanie wyników.*